Podmínky ke zkoušce z předmětu Matematická analýza 5, ZS, 2008/2009

Požadované definice:

- Fréchetův diferenciál skalárni funkce $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ a vektorové funkce $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^k$
- Parciální a směrová derivace
- Diferenciál druhého řádu
- Parciální derivace druhého a vyššího řádu
- Lokální extrémy
- Vázaný extrém
- Sigma algebra, míra
- Měřitelná funkce
- Definice abstraktního Lebesgueova integrálu

Doplňující otázky k definicím:

- Nalezněte příklad funkce $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ takové, že je spojitá v bodě $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ a nemá v tomto bodě Fréchetův diferenciál.
- Nalezněte příklad funkce $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ takové, že má obě vlastní parciální derivace v bodě $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, ale není v tomto bodě spojitá.
- Nalezněte příklad funkce $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ takové, že má obě vlastní parciální derivace v bodě $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ rovny nule, ale funkce f nemá v tomto bodě lokální extrém.
- Podejte příklady sigma algeber a ověřte axiomy sigma algebry.
- Podejte příklady měr a ověřte axiomy míry.

Příklady doplňte odůvodněním!

Požadovaná znění vět:

- Věta o derivaci složeného zobrazení $G \circ F$ kde $F : R^m \to R^n$ a $G : R^n \to R^k$.

- Věta o implicitní funkci.
- Postačující podmínka existence lokálního extrému funkce více proměnných.
- Nutná podmínka existence vázaného lokálního extrému-Lagrangeovy multiplikátory.
- Fubiniova věta.

Požadované početní dovednosti:

Výpočet směrové derivace, výpočet diferenciálu prvního a druhého řádu, výpočet parciální derivace implicitně zadané funkce rovnicí $f(x,y)=0$, vyšetřování lokálních extrémů, určení vázaných extrémů, výpočet dvojného Lebesgueova integrálu $\int_M f(x,y)\,dxdy$ užitím Fubiniovy věty.