

239. Sestrojte grafy lineárních funkcí

a) $y = 2x + 3$; б) $y = 2 - 0,1x$; в) $y = -\frac{x}{2} - 1$.

241. Po číselné ose se pohybují dva hmotné body. První se v čase $t = 0$ nacházel 20 m nalevo od počátku souřadnic a měl rychlost $v_1 = 10$ m/s. Druhý bod se v čase $t = 0$ nacházel 30 m napravo nalevo od počátku souřadnic a měl rychlost $v_2 = -20$ m/s. Sestrojte grafy závislostí poloh obou bodů na čase a najděte čas a místo jejich setkání.

242. Sestrojte grafy těchto kvadratických funkcí

a) $y = ax^2$ при $a = 1, \frac{1}{2}, 2, -1$;

б) $y = (x - x_0)^2$ при $x_0 = 0, 1, 2, -1$;

в) $y = x^2 + c$ при $c = 0, 1, 2, -1$.

Sestrojte grafy těchto polynomů

245. $y = x^3 + 1$.

247. $y = x^2 - x^4$.

246. $y = (1 - x^2)(2 + x)$.

248. $y = x(a - x)^2(a + x)^3$ ($a > 0$).

Sestrojte grafy racionálních (lomených) funkcí

249. $y = \frac{1}{x}$.

250. $y = \frac{1-x}{1+x}$.

Sestrojte grafy těchto racionálních funkcí

253. $y = x + \frac{1}{x}$

254. $y = x^2 + \frac{1}{x}$

255. $y = x + \frac{1}{x^2}$.

256. $y = \frac{1}{1+x^2}$

257. $y = \frac{2x}{1+x^2}$

258. $y = \frac{1}{1-x^2}$.

261. $y = \frac{1}{1+x} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{1-x}$.

259. $y = \frac{x}{1-x^2}$.

262. $y = \frac{(x+1)(x-2)}{(x-1)(x+2)}$.

260. $y = \frac{1}{1+x} - \frac{2}{x} + \frac{1}{1-x}$.

Sestrojte grafy iracionálních funkcí

266. $y = \pm \sqrt{-x-2}$ (parabola)

267. $y = \pm x\sqrt{x}$

268. $y = \pm \frac{1}{2}\sqrt{100-x^2}$ (elipsa)

269. $y = \pm \sqrt{x^2-1}$ (hyperbola)

270. $y = \pm \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$.

271. $y = \pm x\sqrt{100-x^2}$.

272. $y = \pm x\sqrt{\frac{x}{10-x}}$

273. $y = \pm \sqrt{(x^2-1)(9-x^2)}$.

279. Sestrojte graf složené exponenciální funkce

$$y = e^{y_1},$$

kde

$$\begin{array}{lll} \text{a) } y_1 = x^2; & \text{b) } y_1 = \frac{1}{x}; & \text{d) } y_1 = -\frac{1}{x^2}; \\ \text{б) } y_1 = -x^2; & \text{r) } y_1 = \frac{1}{x^2}; & \text{e) } y_1 = \frac{2x}{1-x^2}. \end{array}$$

Sestrojte graf logaritmické funkce

$$y = \log_a x$$

pro

$$a = \frac{1}{2}, 2, e, 10.$$

281. Sestrojte grafy funkcí

$$\text{a) } y = \ln(-x); \quad \text{б) } y = -\ln x.$$

282. Sestrojte grafy složené logaritmické funkce

$$y = \ln y_1,$$

jestliže

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y_1 = 1 + x^2; & \text{б) } y_1 = (x-1)(x-2)^2(x-3)^2; \\ \text{в) } y_1 = \frac{1-x}{1+x}; & \text{r) } y_1 = \frac{1}{x^2}; \quad \text{d) } y_1 = 1 + e^x. \end{array}$$

285. Sestrojte graf funkce

$$y = \sin(x - x_0),$$

jestliže

$$x_0 = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi.$$

286. Sestrojte graf funkce

$$y = \sin nx,$$

pro

$$n = 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}.$$

287. Sestrojte graf funkce

$$y = 6 \cos x + 8 \sin x.$$

převedením na tvar

$$y = A \sin(x - x_0).$$

Sestrojte grafy trigonometrických funkcí

288. $y = \cos x.$

289. $y = \operatorname{tg} x.$

290. $y = \operatorname{ctg} x.$

291. $y = \sec x.$

292. $y = \operatorname{csc} x.$

293. $y = \sin^2 x.$

294. $y = \sin^3 x.$

295. $y = \operatorname{ctg}^2 x.$

296. $y = \sin x \cdot \sin 3x.$

297. $y = \pm \sqrt{\cos x}.$

Sestrojte grafy funkcí

298. $y = \sin x^2$.

299. $y = \sin \frac{1}{x}$.

300. $y = x \cos \frac{\pi}{x}$.

300.1. $y = \sin x \cdot \sin \frac{1}{x}$.

301. $y = \operatorname{tg} \frac{\pi}{x}$.

301.1. $y = \sec \frac{1}{x}$.

302. $y = x \left(2 + \sin \frac{1}{x} \right)$.

303. $y = \pm \sqrt{1-x^2} \sin \frac{\pi}{x}$.

304. $y = \frac{\sin x}{x}$.

305. $y = e^x \cos x$.

306. $y = \pm 2^{-x} \sqrt{\sin \pi x}$.

307. $y = \frac{\cos x}{1+x^2}$.

308. $y = \ln (\cos x)$.

309. $y = \cos (\ln x)$.

310. $y = e^{\frac{1}{\sin x}}$.

Sestrojte grafy cyklometrických funkcí

311. $y = \arcsin x$.

312. $y = \arccos x$.

313. $y = \operatorname{arctg} x$.

314. $y = \operatorname{arctg} x$.

315. $y = \arcsin \frac{1}{x}$.

316. $y = \arccos \frac{1}{x}$.

317. $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$.

318. $y = \arcsin (\sin x)$.

319. $y = \arcsin (\cos x)$.

320. $y = \arccos (\cos x)$.

321. $y = \operatorname{arctg} (\operatorname{tg} x)$.

322. $y = \arcsin (2 \sin x)$.

323. Sestrojte graf funkce

$$y = \arcsin y_1,$$

jestliže

a) $y_1 = 1 - \frac{x}{2}$; b) $y_1 = \frac{1-x}{1+x}$;

б) $y_1 = \frac{2x}{1+x^2}$; r) $y_1 = e^x$.

324. Sestrojte graf funkce

$$y = \operatorname{arctg} y_1,$$

jestliže

a) $y_1 = x^2$; б) $y_1 = \frac{1}{x^2}$; в) $y_1 = \ln x$; r) $y_1 = \frac{1}{\sin x}$.

324.1. Sestrojte grafy funkcí

a) $y = x^3 - 3x + 2;$

б) $y = \frac{x^2}{(1-x)(1+x)^2};$

в) $y = \frac{x^2}{|x| - 1};$

г) $y = \sqrt{x(1-x^2)};$

д) $y = 3\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right);$

е) $y = \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{1+x^2};$

ж) $y = \frac{1}{1 - 2^{\frac{1}{x}}};$

з) $y = \lg(x^2 - 3x + 2);$

и) $y = \arcsin\left(\frac{3}{2} - \sin x\right);$

к) $y = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3}\right);$

л) $y = \log_{\cos x} \sin x;$

м) $y = (\sin x)^{\operatorname{ctg} x}.$

327. Sestrojte grafy funkcí

a) $y = 2 + \sqrt{1-x};$ г) $y = -\arcsin(1+x);$

б) $y = 1 - e^{-x};$ д) $y = 3 + 2 \cos 3x.$

в) $y = \ln(1+x);$

329.2. Sestrojte grafy funkcí

a) $y = \arcsin[\sin f(x)];$ г) $y = \arccos[\cos f(x)];$

б) $y = \arcsin[\cos f(x)];$ д) $y = \operatorname{arctg}[\operatorname{tg} f(x)];$

в) $y = \arccos[\sin f(x)];$

jestliže

1) $f(x) = x^2;$ 2) $f(x) = x^3.$

Sestrojte grafy následujících funkcí (využijte přitom pravidla pro skládání grafů)

331. $y = 1 + x + e^x.$

333. $y = x + \sin x.$

332. $y = (x+1)^{-2} + (x-1)^{-2}.$

334. $y = x + \operatorname{arctg} x.$

335. $y = \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{3} \cos 3x.$

336. $y = \sin x - \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x.$

337. $y = \sin^4 x + \cos^4 x.$

339. $y = |1-x| - |1+x|.$

338. $y = |1-x| + |1+x|.$

340. Sestrojte grafy hyperbolických funkcí

$$\operatorname{ch} x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x});$$

$$\operatorname{sh} x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x});$$

$$\operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}.$$

Sestrojte grafy funkcí

341. $y = x \sin x.$

342. $y = x \cos x.$

343. $y = x^2 \sin^2 x.$

344. $y = \frac{\sin x}{1 + x^2}.$

345. $y = e^{-x^2} \cos 2x.$

346. $y = x \operatorname{sgn}(\sin x).$

347. $y = [x] |\sin \pi x|.$

348. $y = \cos x \cdot \operatorname{sgn}(\sin x).$

350. Sestrojte graf funkce

$$y = x + \sqrt{x} \operatorname{sgn}(\sin \pi x).$$

Sestrojte graf funkce

$$y = \frac{1}{f(x)},$$

jestliže

351. $f(x) = x^2(1 - x^2).$

352. $f(x) = x(1 - x)^2.$

353. $f(x) = \sin^2 x.$

354. $f(x) = \ln x.$

355. $f(x) = e^x \sin x.$

357. Necht'

$$\varphi(x) = \frac{1}{2}(x + |x|) \quad \text{и} \quad \psi(x) = \begin{cases} x, & \text{если } x < 0; \\ x^2, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

Sestrojte grafy funkcí

a) $y = \varphi[\varphi(x)];$ в) $y = \psi[\varphi(x)];$

б) $y = \varphi[\psi(x)];$ г) $y = \psi[\psi(x)].$

358. Necht'

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } |x| \leq 1; \\ 0, & \text{если } |x| > 1, \end{cases}$$

$$\psi(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & \text{если } |x| \leq 2; \\ 2, & \text{если } |x| > 2. \end{cases}$$

Sestrojte grafy funkcí

a) $y = \varphi[\varphi(x)];$ в) $y = \psi[\varphi(x)];$

б) $y = \varphi[\psi(x)];$ г) $y = \psi[\psi(x)].$

359. Funkci $f(x)$ definovanou v oblasti $x > 0$, prodlužte do oblasti $x < 0$ takovým způsobem, aby výsledná funkce byla 1) sudá, 2) lichá, jestliže

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = 1 - x; & \text{r) } f(x) = \sin x; \\ \text{б) } f(x) = 2x - x^2; & \text{д) } f(x) = e^x; \\ \text{в) } f(x) = \sqrt{x}; & \text{e) } f(x) = \ln x. \end{array}$$

360. Určit, vzhledem k jaké svislé ose jsou symetrické grafy následujících funkcí

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y = ax^2 + bx + c; & \text{в) } y = \sqrt{a+x} + \sqrt{b-x} \quad (0 < a < b); \\ \text{б) } y = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2}; & \text{r) } y = a + b \cos x. \end{array}$$

361. Určit, jaký je střed symetrie pro grafy následujících funkcí

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y = ax + b; & \text{r) } y = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3}; \\ \text{б) } y = \frac{ax+b}{cx+d}; & \text{д) } y = 1 + \sqrt[3]{x-2}. \\ \text{в) } y = ax^3 + bx^2 + cx + d; & \end{array}$$

368. Sestrojte graf funkce $y = y(x)$, jestliže

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x = y - y^3; & \text{в) } x = y - \ln y; \\ \text{б) } x = \frac{1-y}{1+y^2}; & \text{r) } x^2 = \sin y. \end{array}$$

369. Sestrojte graf funkce $y = y(x)$ zadaných parametricky, jestliže

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x = 1 - t, & y = 1 - t^2; \\ \text{б) } x = t + \frac{1}{t}, & y = t + \frac{1}{t^2}; \\ \text{в) } x = 10 \cos t, & y = \sin t \\ \text{r) } x = \operatorname{ch} t, & y = \operatorname{sh} t \\ \text{д) } x = 5 \cos^2 t, & y = 3 \sin^2 t; \\ \text{e) } x = 2(t - \sin t), & y = 2(1 - \cos t) \\ \text{ж) } x = \sqrt[3]{t}, & y = \sqrt[3]{t+1}, \quad (t > 0). \end{array}$$

370. Sestrojte grafy implicitně zadaných funkcí

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^2 - xy + y^2 = 1 & \text{д) } \sin x = \sin y; \\ \text{б) } x^3 + y^3 - 3xy = 0 & \text{e) } \cos(\pi x^2) = \cos(\pi y); \\ \text{в) } \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 & \text{ж) } x^y = y^x \quad (x > 0, y > 0); \\ \text{r) } x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 4 & \text{з) } x - |x| = y - |y|. \end{array}$$

370.1. Sestrojte grafy implicitně zadaných funkcí

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \min(x, y) = 1; & \text{в) } \max(|x|, |y|) = 1; \\ \text{б) } \max(x, y) = 1; & \text{r) } \min(x^2, y) = 1. \end{array}$$

371. Sestrojte grafy funkcí $r = r(\varphi)$ v polárních souřadnicích

a) $r = \varphi$

б) $r = \frac{\pi}{\varphi}$

в) $r = \frac{\varphi}{\varphi + 1} \quad (0 \leq \varphi < +\infty)$;

г) $r = 2^{\frac{\varphi}{2\pi}}$

д) $r = 2(1 + \cos \varphi)$

е) $r = 10 \sin 3\varphi$

ж) $r^2 = 36 \cos 2\varphi$

з) $\varphi = \frac{r}{r-1} \quad (r > 1)$;

и) $\varphi = 2\pi \sin r$.

Graficky řešte následující rovnice

373. $x^3 - 4x - 1 = 0$. 376. $\lg x = 0,1 x$.

374. $x^3 - 4x + 1 = 0$. 377. $10^x = x^2$.

375. $x = 2^{-x}$. 378. $\operatorname{tg} x = x \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$.