

403. Zformulujte pomocí definice limity následující tvrzení:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = b; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = b; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = b.$$

Najděte odpovídající příklady.

Zformulujte pomocí definice limity následující tvrzení a najděte odpovídající příklady:

$$404. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b.$$

$$405. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty; \quad \text{e) } \lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = +\infty;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \infty;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty; \quad \text{з) } \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = -\infty;$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \infty; \quad \text{и) } \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = +\infty.$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = -\infty;$$

$$406. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty; \quad \text{e) } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty; \quad \text{з) } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty;$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty; \quad \text{и) } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty;$$

407. Necht' $y = f(x)$. Zformulujte pomocí definice limity následující tvrzení a najděte odpovídající příklady:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y \rightarrow b - 0 \text{ при } x \rightarrow a; & \text{ж) } y \rightarrow b - 0 \text{ при } x \rightarrow \infty; \\ \text{б) } y \rightarrow b - 0 \text{ при } x \rightarrow a - 0; & \text{з) } y \rightarrow b - 0 \text{ при } x \rightarrow -\infty; \\ \text{в) } y \rightarrow b - 0 \text{ при } x \rightarrow a + 0; & \text{и) } y \rightarrow b - 0 \text{ при } x \rightarrow +\infty; \\ \text{г) } y \rightarrow b + 0 \text{ при } x \rightarrow a; & \text{к) } y \rightarrow b + 0 \text{ при } x \rightarrow \infty; \\ \text{д) } y \rightarrow b + 0 \text{ при } x \rightarrow a - 0; & \text{л) } y \rightarrow b + 0 \text{ при } x \rightarrow -\infty; \\ \text{е) } y \rightarrow b + 0 \text{ при } x \rightarrow a + 0; & \text{м) } y \rightarrow b + 0 \text{ при } x \rightarrow +\infty. \end{array}$$

408. Necht'

$$P(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n,$$

kde a_i ($i = 0, 1, 2, \dots, n$) jsou reálná čísla. Dokažte, že

$$\lim_{x \rightarrow \infty} |P(x)| = +\infty.$$

Najděte hodnoty následujících výrazů:

$$411. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$$

$$412. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x) - 1}{x}.$$

$$413. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^5 - (1+5x)}{x^2 + x^5}.$$

$$414. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+mx)^n - (1+nx)^m}{x^2}$$

m, n - přirozená čísla