Úloha č. 1

Vážení na analytických vahách, korekce chyb

1) Pomůcky: Analytické váhy, sada závaží, dřevěný hranolek, posuvné měřítko

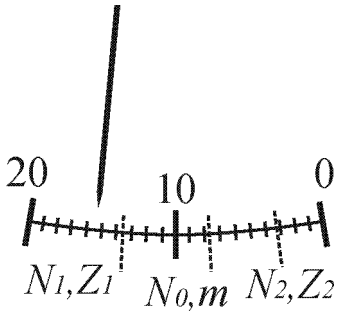
2) Teorie:

Analytické váhy se používají pro nejpřesnější vážení. Mívají nosnost 50 – 200g a váží s přesností ±0,1 mg.
Základními vlastnostmi vah je přesnost a citlivost.

Citlivostí C vah se rozumí poměr výchylky ΔN jazýčku vah k přívažku ΔZ, který výchylku způsobil

$$C = \frac{\Delta N}{\Delta Z}. \tag{1}$$

U analytických vah uvažujeme přívažek ΔZ = 1 mg, u technických ΔZ = 1 cg. Citlivost vah zatížením zpravidla klesá. Závislost citlivosti vah na zatížení udává křivka citlivosti vah.
Stupnice vah má zpravidla 20 dílků, které číslujeme tak, že první dílek zprava pokládáme za nultý, prostřední je desátý, první zleva je dvacátý (viz obr. 1).



Obr. 1 – stupnice analytických vah

Nulovou polohou vah rozumíme polohu jazýčku nezatížených vah (zpravidla mezi 8. - 12. dílkem).
Rovnovážnou polohou vah rozumíme polohu jazýčku zatížených a závažím vykompenzovaných vah.
Nulovou a rovnovážnou polohu N vah určujeme metodou tří kyvů. Zaznamenáváme tři po sobě jdoucí body obratu jazýčku n_1, n_2, n_3 a rovnovážná poloha N, je dána vztahem

$$N = \frac{1}{2}\left(\frac{n_1 + n_3}{2} + n_2\right). \tag{2}$$

Výkyvy čteme na půlky nebo desetiny dílků, výpočty však provádíme na setiny a těchto hodnot používáme pro další výpočty.

Hmotnost předmětu m určujeme tzv. interpolační metodou (viz obr. 1). Nejprve zjistíme nulovou polohu N_0. Pak vyvážíme předmět, jehož hmotnost určujeme, přibližně závažím Z_1 (menším než je hmotnost m předmětu) a určíme rovnovážnou polohu N_1 při tomto vyvážení. Dále přidáme přívažek ΔZ tak, že jazýček se kývá ještě v rozmezí stupnice a určíme rovnovážnou polohu N_2. Jí odpovídá závaží $Z_2=Z_1+\Delta Z$. Hmotnost váženého předmětu m je pak dána interpolačním vzorcem

$$m = Z_1 + \frac{Z_2 - Z_1}{N_2 - N_1}\left(N_0 - N_1\right). \tag{3}$$

Poměr $\left(\frac{Z_2 - Z_1}{N_2 - N_1}\right)^{-1}$ představuje citlivost vah (viz(l)) a proto též platí

$$m = Z_1 + \frac{N_0 - N_1}{C}. \tag{4}$$

Známe-li citlivost vah, můžeme určit hmotnost tělesa jen jedním vážením.

I když jsou váhy vyrobeny velmi přesně, vždy se může stát, že ramena vahadel se poněkud odlišují. Z těchto důvodů provádíme opravu (korekci) na nerovnoramennost vah. Provádí se tak, že se váženy předmět umístí nejprve na levé misce, určí se jeho hmotnost m_L, potom na pravé misce, kde se zjistí obecně poněkud jiná hmotnost m_P a skutečná hmotnost je dána vztahem

$$m = \sqrt{m_L \cdot m_P} \cong \frac{m_L + m_P}{2} \tag{5}$$

Vážení za běžných podmínek se provádí za přítomnosti vzduchu, který na každý předmět působí vztlakovou silou. Tou je nadlehčován, takže naměřená hmotnost je menší, než skutečná. Chyba při vážení je tím větší, čím je větší rozdíl mezi hustotou váženého předmětu ρ_m a hustotou závaží ρ_Z. Abychom získali správnou hodnotu hmotnosti m váženého předmětu, provádíme opravu vážení na vztlak vzduchu podle vzorce

$$m = Z + Z\rho_V\left(\frac{1}{\rho_m} - \frac{1}{\rho_Z}\right), \tag{6}$$

kde Z je závaží, vyrovnávající hmotnost váženého předmětu na vzduchu a ρ_v je hustota vzduchu.

Chyba při určování hmotnosti

Interpolační metodou určujeme hmotnost zpravidla jednou (pokud není předepsáno více vážení). Určit přesnost vážení tedy spočívá v určení nejmenší hmotnosti Δm, kterou můžeme ještě na vahách změřit. Protože je podle (1) $\Delta m = \frac{\Delta N}{C}$, závisí chyba měření především na velikosti části dílku, kterou jsme schopni na vahách při kývání jazýčku ještě rozlišit. Taková rozlišitelná hodnota je asi 0,2 dílku. Můžeme ji uvažovat jako krajní chybu κ a proto chyba v určení hmotnosti bude

$$\kappa(m) = \frac{\kappa(N)}{C} = \frac{0{,}2}{C}. \tag{7}$$

Jestliže se nulové hodnoty před a po vážení liší, bude

$$\kappa(m) = \frac{0{,}2 + (N_0' - N_0'')}{C} \quad . \tag{8}$$

Konečně uvažujeme-li i chybu závaží $\kappa(z)$, (tu ovšem musíme nejdříve určit), bude v nejobecnějším případě

$$\kappa(m) = \frac{0{,}2 + (N_0'' - N_0'')}{C} + \kappa(z). \tag{9}$$

3) Úkol:

a) Určete hmotnost váženého předmětu (dřevěného hranolku) pomocí interpolační metody. Měření proveďte 5x s hranolkem na levé misce, 5x s hranolkem na pravé misce.
b) Vypočítejte hmotnost hranolku pro levou i pravou misku a proveďte opravu na nerovnoramennost vah. Vypočítejte chyby měření v obou případech i celkovou chybu. Porovnejte celkovou chybu s chybou jednoho měření určenou vztahem (7).
c) Změřte rozměry váženého tělesa, vypočítejte jeho hustotu a proveďte opravu na vztlak vzduchu. Hustota závaží ρ_z = 8 500 kg/m^3, hustotu vzduchu při dané teplotě a tlaku najděte v tabulkách.
d) Určete křivku citlivosti vah pro zatížení 0-100 g. Hodnotu citlivosti v oblasti hmotnosti hranolku použijte pro výpočet chyby vážení podle vztahu (7).

4) Postup měření

a) Nejprve určíme přibližnou hmotnost předmětu na předvážkách.
b) Určíme nulovou polohu nezatížených vah N_0' metodou tří kyvů. Jezdec na vahadle je při tom v poloze 0. Na levou misku položíme předmět a vyvážíme na pravé misce závažím tak, aby jazýček kýval v pravé straně stupnice (k vyvažování používáme jezdce na stupnici vahadla). Hmotnost jezdce je 10 mg. Tato hodnota odpovídá dílku 10 na konci vahadla. Ostatní hodnoty jsou dílčími hodnotami, takže např. umístěním jezdce na 4. dílku představuje hodnotu 4 mg. Zaznamenáváme hodnotu závaží Z_1 a tři kyvy odpovídající tomuto závaží. Potom posuneme jezdce k vyšším hodnotám tak, aby kýval jazýček v levé polovině stupnice a opět odečteme hodnotu závaží Z_2 a jemu odpovídající 3 kyvy. Takto měření opakujeme 5x. Pak přemístíme předmět na pravou misku a vyvažujeme závažím na levé. Nyní však je třeba polohu jezdce na pravém rameni přičítat k hmotnosti váženého předmětu. Opět provedeme 5 měření.

Sundáme předmět i závaží z misek, jezdce dáme do polohy 0 a opět určíme nulovou polohu N_0''. K výpočtu používáme hodnotu

$$N_0 = \frac{N_0' + N_0''}{2}.$$

c) Posuvným měřítkem změříme rozměry tělesa, potřebné pro výpočet hustoty, abychom mohli provést opravu na vztlak vzduchu.
d) Citlivost vah určujeme podobným způsobem, jako provádíme vážení. Nejprve určíme rovnovážnou polohu nezatížených vah N_1. Poté posuneme jezdce asi na 3 mg a určíme rovnovážnou polohu N_2. Velikost přívažku ΔZ volíme tak, aby jazýček býval v mezích stupnice. Citlivost je pak dána vztahem

$$C = \frac{N_2 - N_1}{\Delta Z}.$$

Potom vložíme na misky 10 g závaží, opět určíme rovnovážnou polohu n_1, posuneme jezdcem o ΔZ, určíme polohu n_2 a vypočítáme citlivost pro zatížení 10 g.

Stejným způsobem postupujeme pro zatížení 20 g, 30 g … 100 g a zpět až k 0 g. Při tomto měření se může stát, že nejsou obě závaží stejná. Je proto třeba je nejdříve přibližně stejně vyvážit, bud jezdcem, pokud stačí, pokud ne, bude třeba použít některého menšího závažíčka, nebo si pomůžeme kouskem papíru, drátku apod.

Ze získaných hodnot citlivosti sestrojíme graf závislosti citlivosti na zatížení, tj. $C=f(Z)$.

e) Všechny naměřené hodnoty zaznamenáváme do vhodné tabulky. Uveďte i všechny tři body obratu při určování rovnovážné polohy pro všechna měření.

Tabulky vhodné ke zpracování výsledků:

i	$\frac{Z_1}{g}$	n_1	n_2	n_3	$\frac{Z_2}{g}$	n_1	n_2	n_3	N_1	N_2	$\frac{m}{g}$
1											
2											
3											
4											
5											

Tab. 1 – Tabulka pro stanovení hmotnosti na analytických vahách z metody tří kyvů a metody interpolační