

Domácí úkol z Matematiky 1 (CM1DR, NM1DR)
číslo 2

výsledky jsou bez záruky

Každý student dostane emailem podmnožinu čísel těchto příkladů, které pak musí vypočítat.

1. Najděte limitu nebo dokažte, že limita neexistuje.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x-y}{x+y}.$$

2. Najděte limitu nebo dokažte, že limita neexistuje.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy}{x^2 + y^2}.$$

3. Najděte limitu nebo dokažte, že limita neexistuje.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x-y)^2}.$$

4. Najděte limitu nebo dokažte, že limita neexistuje.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x-y) \sin \frac{1}{x} \sin \frac{1}{y}.$$

5. Najděte limitu nebo dokažte, že limita neexistuje.

$$\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} (xy+z) \sin \frac{1}{xyz}.$$

6. Najděte limitu nebo dokažte, že limita neexistuje.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x+y) \left[\cos(2x+y) + \sin \frac{1}{y^2} \right].$$

7. Najděte limitu nebo dokažte, že limita neexistuje.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{\sin(xy)}{y}.$$

8. Najděte limitu nebo dokažte, že limita neexistuje.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,3)} \frac{\cos(xy) - 1}{x^2 y^3}.$$

9. Najděte limitu nebo dokažte, že limita neexistuje.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\ln(1+xy^2)}{xy}.$$

10. Ověřte záměnnost druhých smíšených parciálních derivací funkce

$$f(x, y) = y^3 \cos(x - y).$$

11. Ověřte záměnnost druhých smíšených parciálních derivací funkce

$$f(x, y) = x^2 \sin(xy).$$

12. Ověřte záměnnost druhých smíšených parciálních derivací funkce

$$f(x, y) = y \sin(2x + y).$$

13. Ověřte záměnnost druhých smíšených parciálních derivací funkce

$$f(x, y) = (x^2 + 2y) \ln(xy).$$

14. Ověřte záměnnost druhých smíšených parciálních derivací funkce

$$f(x, y) = (x^3 + y^2) \ln(x).$$

15. Ověřte záměnnost druhých smíšených parciálních derivací funkce

$$f(x, y) = (x + y^2) \ln(x + y).$$

16. Určete derivaci funkce $f(x, y) = x^2 + 3y$ v bodě $a = (1, 2)$ ve směru $h = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

17. Určete derivaci funkce $f(x, y) = xy$ v bodě $a = (2, 3)$ ve směru $h = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

18. Určete derivaci funkce $f(x, y) = x + y^2$ v bodě $a = (1, 1)$ ve směru $h = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$.

19. Určete derivaci funkce $f(x, y, z) = xy + z^2$ v bodě $a = (1, 2, 2)$ ve směru $h = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

20. Určete derivaci funkce $f(x, y, z) = x^2 + y^3 + z^4$ v bodě $a = (1, 0, 3)$ ve směru $h = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$.

21. Určete derivaci funkce $f(x, y, z) = x^2 + y + z^3$ v bodě $a = (1, 1, 2)$ ve směru $h = \left(0, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$.

22. Dokažte, že existuje totální diferenciál funkce $f(x, y) = xy(x + y^2) + x^3$ v bodě $(1, 2)$, a najděte jeho tvar.
23. Dokažte, že existuje totální diferenciál funkce $f(x, y) = x^3y + 3xy^2 + y^5$ v bodě $(1, -2)$, a najděte jeho tvar.
24. Dokažte, že existuje totální diferenciál funkce $f(x, y) = x^2(y - 2) + xy^2$ v bodě $(2, -1)$, a najděte jeho tvar.
25. Určete, kde je funkce $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ definovaná, spojitá, kde má parciální derivace 1. řádu, kde má totální diferenciál a kde jsou první parciální derivace spojité.

Výsledky:

1. limita neexistuje
2. limita neexistuje
3. limita neexistuje
4. 0
5. 0
6. 0
7. 2
8. $\frac{1}{6}$
9. 2
10. jsou záměnné, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = -3y^2 \sin(x - y) + y^3 \cos(x - y)$
11. jsou záměnné, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 3x^2 \cos(xy) - x^3y \sin(xy)$
12. jsou záměnné, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 2 \cos(2x + y) - 2y \sin(2x + y)$
13. jsou záměnné, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{2x}{y} + \frac{2}{x}$
14. jsou záměnné, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{2y}{x}$
15. jsou záměnné, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{1+2y}{x+y} - \frac{x+y^2}{(x+y)^2}$
16. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$
17. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
18. $\frac{4}{\sqrt{5}}$

19. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

20. $\frac{112}{\sqrt{6}}$

21. $5\sqrt{5}$

22. $15h_1 + 13h_2$

23. $6h_1 + 69h_2$

24. $-11h_1$

25. všude definovaná a všude spojitá, $\partial_x f$ má všude až na body osy y , ale v počátku ano, $\partial_y f$ má všude až na body osy x , ale v počátku ano, obě jsou spojitě až na body souřadnicových os, tamtéž existuje totální diferenciál.