Domácí úkol z Matematiky 1 (CM1DR, NM1DR)
číslo 5

výsledky jsou bez záruky

Každý student dostane emailem podmnožinu čísel těchto příkladů, které pak musí vypočítat.

1. Určete vázané extrémy funkce $f(x, y) = 3x^2 + y^2$ s vazbou $g(x, y) = 3x^2 + 12x + y^2 - 2y = 0$.
2. Určete vázané extrémy funkce $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2$ s vazbou $g(x, y) = 2x^2 + 4x + 3y^2 - 6y = 0$.
3. Určete vázané extrémy funkce $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ s vazbou $g(x, y) = 2x^2 + 8x + y^2 - 4y = 0$.
4. Určete vázané extrémy funkce $f(x, y) = 2x + y$ s vazbou $g(x, y) = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} - 1 = 0$.
5. Určete vázané extrémy funkce $f(x, y) = 3x + y$ s vazbou $g(x, y) = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} - 1 = 0$.
6. Určete vázané extrémy funkce $f(x, y) = x + 3y$ s vazbou $g(x, y) = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - 1 = 0$.
7. Určete vázané extrémy funkce $f(x, y, z) = x^2+y^2+z^2$ s vazbami $g_1(x, y, z) = 2x - y + z - 5 = 0$, $g_2(x, y, z) = 2x - 2y + z + 5 = 0$.
8. Určete vázané extrémy funkce $f(x, y, z) = \frac{3}{2}x^2 - y^2 + \frac{1}{2}z^2$ s vazbami $g_1(x, y, z) = x - y + 3z - 2 = 0$, $g_2(x, y, z) = x + y - z + 2 = 0$.
9. Určete vázané extrémy funkce $f(x, y, z) = \frac{1}{2}x^2 + 2y^2 - z^2$ s vazbami $g_1(x, y, z) = x + y + 2z - 5 = 0$, $g_2(x, y, z) = x - y + z - 5 = 0$.
10. Mějme elipsu s poloosami a a b se středem v počátku, která je vyjádřena rovnicí $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Vepište do ní obdélník se stranami rovnoběžnými s osami elipsy, který má největší obsah.
11. Chcete ohraničit obdélníkovou parcelu o výměře S, která leží u již postavené dlouhé rovné zdi. Jaké budou rozměry tohoto obdélníku, aby plot, který postavíte na zbylých třech stranách obdélníku, byl co nejkratší?
12. Uvažujme sud válcového tvaru bez horní podstavy o daném povrchu S. Při jakém poměru výšky a poloměru podstavy má největší objem?
13. Mezi všemi trojúhelníky o daném obvodu o určete trojúhelník s maximálním obsahem. *Rada:* Obsah trojúhelníka o daných délkách stran se vypočítá pomocí Herónovy formule $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, kde $s = o/2$.

Výsledky:
1. minimum $[0,0]$, maximum $[-4,2]$, 2. minimum $[0,0]$, maximum $[-2,2]$, 3. minimum $[0,0]$, maximum $[-4,4]$, 4. minimum $\left[-\frac{9}{\sqrt{13}}, -\frac{8}{\sqrt{13}}\right]$, maximum $\left[\frac{9}{\sqrt{13}}, \frac{8}{\sqrt{13}}\right]$, 5. minimum $\left[-\frac{6}{\sqrt{13}}, -\frac{8}{\sqrt{13}}\right]$, maximum $\left[\frac{6}{\sqrt{13}}, \frac{8}{\sqrt{13}}\right]$, 6. minimum $\left[-\frac{3}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}}\right]$, maximum $\left[\frac{3}{\sqrt{5}}, \frac{4}{\sqrt{5}}\right]$, 7. minimum $[6,10,3]$, 8. maximum $[-2,2,2]$, 9. minimum $[-4,-3,6]$, 10. Pravý horní roh obdélníku má souřadnice $\left[\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{b}{\sqrt{2}}\right]$, 11. $a = 2b = \sqrt{2S}$, 12. $v = r = \sqrt{\frac{S}{3\pi}}$, 13. $a = b = c = \frac{o}{3}$.