

Domácí úkol z Matematiky 2 (CM2DR, NM2DR) číslo 3

výsledky jsou bez záruky

Každý student dostane emailem podmnožinu čísel těchto příkladů, které pak musí vypočítat.

1. Vyřešte diferenciální rovnici $y^{(4)} = x^2$ s počátečními podmínkami $y'''(1) = \frac{1}{3}$, $y''(1) = 0$, $y'(1) = -\frac{1}{15}$, $y(1) = 1$.
2. Vyřešte diferenciální rovnici $y^{(4)} = 2$ s počátečními podmínkami $y'''(2) = 4$, $y''(2) = 3$, $y'(2) = 0$, $y(2) = 0$.
3. Vyřešte diferenciální rovnici $y^{(4)} = x$ s počátečními podmínkami $y'''(1) = 1$, $y''(1) = 3$, $y'(1) = -5$, $y(1) = 1$.

4. Vyřešte diferenciální rovnici $xy''' + y'' - x^2 = 0$.

5. Vyřešte diferenciální rovnici $xy''' + 2y'' - x = 0$.

6. Vyřešte diferenciální rovnici $x^3y''' - 3x^2y'' - 1 = 0$.

7. Ověřte, že $u(x) = xe^{-x}$ je řešením diferenciální rovnice

$$(2x + 1)y'' + (3x + 2)y' + (x + 2)y = 0$$

a následně snižte řád diferenciální rovnice.

8. Ověřte, že $u(x) = xe^x$ je řešením diferenciální rovnice

$$(3x + 1)y'' + (x - 2)y' - (4x + 6)y = 0$$

a následně snižte řád diferenciální rovnice.

9. Ověřte, že $u(x) = xe^{2x}$ je řešením diferenciální rovnice

$$(x + 1)y'' - (x + 4)y' - (2x - 1)y = 0$$

a následně snižte řád diferenciální rovnice.

10. Vyřešte diferenciální rovnici $y''' = 2(y')^2$ s počátečními podmínkami $y''(1) = 2$, $y'(1) = \sqrt[3]{3}$, $y(1) = 0$.

11. Vyřešte diferenciální rovnici $y''' = 3\sqrt{y'}$ s počátečními podmínkami $y''(1) = 2$, $y'(1) = 1$, $y(1) = 1$.

12. Vyřešte diferenciální rovnici $y''' = 2(y')^3$ s počátečními podmínkami $y''(1) = 1$, $y'(1) = 1$, $y(1) = 1$.

Výsledky: 1. $y(x) = \frac{x^6}{360} - \frac{x^4}{24} + \frac{187}{180}$; 2. $y(x) = \frac{x^4}{12} - \frac{x^2}{2} - \frac{2}{3}x + 2$; 3. $y(x) = \frac{x^5}{120} + \frac{x^3}{12} + \frac{7}{6}x^2 - \frac{61}{8}x + \frac{221}{30}$; 4. $y(x) = \frac{x^4}{36} + C_1x \ln|x| + C_2x + C_3$; 5. $y(x) = \frac{x^3}{18} + C_1 \ln|x| + C_2x + C_3$; 6. $y(x) = \frac{1}{5} \ln|x| + C_1x^5 + C_2x + C_3$; 7. $z'(x)(2x + 1)x + z(x)(-x^2 + 4x + 2) = 0$; 8. $z'(x)(3x + 1)x + z(x)(7x^2 + 6x + 2) = 0$; 9. $z'(x)(x + 1)x + z(x)(3x^2 + 2x + 2) = 0$; 10. $y(x) = -\frac{3}{x - (1 + \sqrt[3]{3})} - (\sqrt[3]{3})^2$; 11. $y(x) = \frac{1}{80}(x + 1)^5 + \frac{3}{5}$; 12. $y(x) = -\ln(2 - x) + 1$.