

## Domácí úkol z Matematiky 2 (CM2DR, NM2DR)

### číslo 5

výsledky jsou bez záruky

Každý student dostane emailem podmnožinu čísel těchto příkladů, které pak musí vypočítat.

1. Zvolte vhodnou transformaci souřadnic a určete plošný obsah části roviny omezené křivkami:  $xy = 1$ ,  $xy = 3$ ,  $y = 2x$ ,  $y = 4x$ ,  $x, y > 0$ .
2. Zvolte vhodnou transformaci souřadnic a určete plošný obsah části roviny omezené křivkami:  $xy = 2$ ,  $xy = 3$ ,  $y = x^2$ ,  $y = 5x^2$ ,  $x, y > 0$ .
3. Zvolte vhodnou transformaci souřadnic a určete plošný obsah části roviny omezené křivkami:  $xy = 1$ ,  $xy = 4$ ,  $y = 3x^3$ ,  $y = 4x^3$ ,  $x, y > 0$ .
4. Pomocí polárních souřadnic vypočtete  $\int_M xy \, dx \, dy$ , kde  $M$  je určena vztahy  $4 \leq x^2 + y^2 \leq 16$ ,  $x \leq 0$ ,  $y \geq 0$ .
5. Pomocí polárních souřadnic vypočtete  $\int_M \sin \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy$ , kde  $M$  je určena vztahy  $\pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2$ .
6. Pomocí polárních souřadnic vypočtete  $\int_M \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy$ , kde  $M$  je určena vztahy  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \leq 0$ .
7. Pomocí polárních souřadnic vypočtete  $\int_M \ln(1 + x^2 + y^2) \, dx \, dy$ , kde  $M$  je určena vztahy  $x^2 + y^2 \leq 9$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ .
8. Pomocí polárních souřadnic vypočtete  $\int_M \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} \, dx \, dy$ , kde  $M$  je určena vztahem  $x^2 + y^2 \leq ax$ .
9. Pomocí polárních souřadnic vypočtete  $\int_M x^2 y \, dx \, dy$ , kde  $M$  je určena vztahy  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 16$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \leq 0$ .
10. Pomocí sférických souřadnic vypočtete  $\int_M (x^2 + y^2) \, dx \, dy \, dz$ , kde  $M$  je určena vztahy  $4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$ .
11. Pomocí sférických souřadnic vypočtete  $\int_M z \, dx \, dy \, dz$ , kde  $M$  je osmina koule s poloměrem 1 v 1. oktantu.
12. Pomocí válcových souřadnic vypočtete  $\int_M (x^2 + y^2) \, dx \, dy \, dz$ , kde  $M$  je určena vztahy  $x^2 + y^2 \leq 2z$ ,  $z \leq 2$ .

Výsledky: 1.  $\ln 2$ ; 2.  $\frac{1}{3} \ln 5$ ; 3.  $\frac{3}{4} \ln \frac{4}{3}$ ; 4.  $-30$ ; 5.  $-6\pi^2$ ; 6.  $\frac{7}{6}\pi$ ; 7.  $\frac{\pi}{4}(10 \ln 10 - 9)$ ;  
8.  $\frac{a^3}{3}(\pi - \frac{4}{3})$ ; 9.  $-\frac{341}{5}$ ; 10.  $\frac{8\pi}{15}(3^5 - 2^5)$ ; 11.  $\frac{\pi}{16}$ ; 12.  $\frac{16\pi}{3}$ .