Domácí úkol z MATZAFY1 číslo 5

1. Vypočítejte derivace následujících funkcí a určete definiční obor funkce i derivace:

   a) $f(x) = 3x^3 + 5x + 8 + \frac{2}{x^2}$,
   b) $f(x) = \ln x^3$,
   c) $f(x) = \frac{\sin x}{x - x^3}$,
   d) $f(x) = \operatorname{tg}^2(4x)$,
   e) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$,
   f) $f(x) = \sinh x \cosh x$,
   g) $f(x) = \mathrm{e}^{2x^2} \mathrm{e}^{-x}$,
   h) $f(x) = x^x \cos x$,
   i) $f(x) = \arcsin \mathrm{e}^{3x}$.

2. Odvoďte vztah pro derivaci podílu.
   Návod: Určete $(fg^{-1})'$ pomocí derivace součinu a derivace složené funkce.

3. Odvoďte vztah pro derivaci funkce $f(x) = \cos x$ z definice derivace.

4. Vypočtěte limity:

   a) $\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin x - x}$,
   b) $\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$,
   c) $\lim_{x \to 1} \frac{x-3}{x+2}$.

5. Určete maximum a minimum funkce na daném intervalu:

   a) $f(x) = x^3 - x^2$, $D_f = [0, 1]$,
   b) $f(x) = \cos\left(\frac{3}{2}x + 2\right)$, $D_f = [0, 2\pi]$,
   c) $f(x) = \mathrm{e}^x - 2x$, $D_f = [-2, 2]$,

6. Určete průběh okamžité rychlosti a zrychlení, má-li ujetá dráha na čase závislost

   a) $s(t) = s_0 + ct$, $t \in (0, t_0)$,
   b) $s(t) = c \sin t$, $t \in (0, \pi/2)$.