

## Domácí úkol z CMZF1, CMZFR číslo 1

1. Dokažte, že následující výrok je tautologie (stále pravdivý výrok)

a) 
$$\neg(A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \wedge \neg B),$$

b) 
$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B),$$

c) 
$$[(A \vee B) \vee C] \Leftrightarrow [A \vee (B \vee C)].$$

2. Určete pravdivostní hodnoty výroku:

a) 
$$(A \vee B) \Rightarrow (C \wedge A),$$

b) 
$$(A \wedge B) \Leftrightarrow (B \vee C),$$

c) 
$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (C \vee A).$$

3. Negujte výrok

a)  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{N} \exists z \in \mathbb{R} : (y > x) \Rightarrow (z \in \mathbb{N}),$

b)  $\forall a \in \mathbb{R} \forall b \in (0, \infty) \exists c \in \mathbb{R} : [(b + c) \leq a] \Rightarrow a \in (0, 2),$

c)  $\forall n \in \mathbb{N} \exists x \in \mathbb{R} \exists y \in (0, 1) : [(a > 3) \wedge (x \in \mathbb{N})] \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}.$

4. Pomocí Vennových diagramů ověřte, že

a)  $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C),$

b)  $(A \cup B) \cap (B \cap C) = C \cap B,$

c)  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C),$

d)  $(A' \cap B) \cup C = (B \setminus A) \cup C,$

e)  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C),$

f)  $(A' \cup B')' \cap C = (A \cap C) \cap B.$

5. Určete kartézský součin  $A \times B$  množin

a)  $A = \{1, 2, 6\}, B = \{-3, 0, \frac{3}{4}, 4\},$

b)  $A = \{1, \pi, 2\pi\}, B = \{-1, 2, 3, 5\},$

c)  $A = \{\frac{2}{3}, 1, 2\}, B = \{-3, -2, 1, \pi\}.$

6. Určete, zda jde o prosté zobrazení a svou odpověď zdůvodněte.

- a) Každému občanu  $x$  naší republiky přiřadíme jeho výšku v centimetrech.
- b) Každý z návštěvníků kina odložil svůj kabát v šatně, takže každý kabát  $y$  je přiřazen právě jednomu návštěvníkovi  $x$ .
- c) Každé zemi na světě přiřadíme jejího nejvyššího představitele (krále, prezidenta, apod.).
- d) Každému českému občanovi přiřadíme jeho rodné číslo.
- e) Každému autu přiřadíme jeho majitele.
- f) Každému ze čtyř evangelistů přiřadíme první písmeno jeho jména.