

Domácí úkol z CMZF1, CMZFR číslo 2

1. Rozhodněte, zda je posloupnost rostoucí či klesající ($n \in \mathbb{N}$)

a) $\frac{\sqrt{n^2+4n+3}}{n+1}$,

b) $\frac{\sqrt{n^2+2n-1}}{n+5}$,

c) $\frac{\sqrt{n^2+3n+1}}{n+3}$.

2. Pro každé $\varepsilon > 0$ nalezněte takové číslo n_0 takové, že $|a_n - A| < \varepsilon$ pro $n > n_0$.

a) $a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$, $A = 0$,

ε	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{729}$
n_0				

,

b) $a_n = \frac{2^n+1}{2^n}$, $A = 1$,

ε	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$
n_0				

,

c) $a_n = 2 + e^{-n}$, $A = 2$,

ε	$\frac{1}{e}$	$\frac{1}{e^2}$	$\frac{1}{e^4}$	$\frac{1}{e^8}$
n_0				

.

3. Vypočtěte

a)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 2n^2 + 8}{-n^2 + 3},$$

b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 3n^2 + 4}{-3n^4 + 3n^2 + 2},$$

c)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^3 + 2n^2 - 17}{3n^2 + 2},$$

d)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^4 - 3n^3 - 7n^2 + 8}{4n^4 - 3n^3 + 5n + 1},$$

e)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^5 + 7n^3 - 2n^2 + 8}{4n^5 + 2n^3 - 1},$$

f)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4 + 4n^3 - 5n^2 + 2}{-2n^4 + 3n + \ln n}.$$

4. Určete n -tý člen posloupnosti a její limitu

a) $4; \frac{7}{2}; \frac{10}{3}; \frac{13}{4}; \dots$,

b) $\frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{4}{7}; \frac{5}{9}; \dots$,

c) $2; \frac{1}{4}; 0; -\frac{1}{16}; -\frac{2}{25} \dots$

5. Vypočtěte

a)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + (-1)^n}{n^2 + 1},$$

b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + (-\frac{1}{2})^n}{n^4 - n^2},$$

c)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5 - 4}{4n^5 + (-1)^{5n}},$$

d)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 7^n}{6^n - 7^n},$$

e)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + \frac{1}{6^n}}{2^n - 2 \cdot 3^n},$$

f)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n}{5^n - 4^n},$$

g)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 - 3n}{(n+2)(2n^2 + 3n - 3)} \right)^3,$$

h)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 2n + 5}{(n+3)(n+4)} \right)^4,$$

i)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + 4n + 1}{(3n+1)(n^2 - n + 5)} \right)^3,$$

j)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n} \right)^{5n},$$

k)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{n} \right)^{3n},$$

l)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3n} \right)^{2n},$$

m)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + n^2 + n - 1}{6^n + 4n - 3} \cos(2^n),$$

n)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + n^6 + n}{4^n - 2n^2 + 1} \sin(n^8 + 7n - 1),$$

o)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e^{-n} \frac{3n^2 + 2n - 1}{2n^2 - 2}.$$