

Domácí úkol z CMZF1, CMZFR číslo 5

1. Vypočítejte derivace následujících funkcí a určete definiční obor funkce i derivace:

a) $f(x) = 2x^3 + 4x + 7 + \frac{3}{x^2}$,

b) $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + 7x + \frac{6}{x}$,

c) $f(x) = 5x^3 + 3x^2 + 8 + \frac{4}{x^3}$,

d) $f(x) = \ln(x^4)$,

e) $f(x) = \ln(x^5)$,

f) $f(x) = \ln(x^6)$,

g) $f(x) = \frac{\cos x}{x-x^4}$,

h) $f(x) = \frac{\sin x}{x^2-3x}$,

i) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{x^3}$,

j) $f(x) = \operatorname{tg}^3(5x)$,

k) $f(x) = \operatorname{cotg}^2(3x)$,

l) $f(x) = \operatorname{tg}^2(4x + 3)$,

m) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x+1}{4}$,

n) $f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{x}{3}$,

o) $f(x) = \operatorname{arctg}(3x^2 - 1)$,

p) $f(x) = \cosh x \sinh x$,

q) $f(x) = \sinh^2 x + \cosh^2 x$,

r) $f(x) = \sinh x \sinh x^2$,

s) $f(x) = e^{2x^3} e^{-3x}$,

t) $f(x) = e^{-2x^2+x} e^{-x}$,

u) $f(x) = e^{-3x^2} e^{x+1}$,

v) $f(x) = x^x \sin x$,

w) $f(x) = x^x \ln x$,

x) $f(x) = x^x \operatorname{tg} x$,

y) $f(x) = \arccos(e^{4x})$,

z) $f(x) = \arcsin(\sqrt{3x+1})$,

aa) $f(x) = \arccos(\ln x^2)$.

2. Odvodte vztah pro derivaci podílu.

Návod: Určete $(fg^{-1})'$ pomocí derivace součinu a derivace složené funkce.

3. Odvodte vztah pro derivaci funkce $f(x) = \cos x$ z definice derivace.

4. Vypočtete limity:

- a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg}(3x)}{\operatorname{tg} x}$,
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{cotg}(x) - 1}{x^2}$,
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}$,
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$,
- e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$,
- f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \operatorname{tg}(4x) - 12 \operatorname{tg} x}{3 \sin(4x) - 12 \sin x}$,
- g) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-4}{x+2}$,
- h) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-3}{x-2}$,
- i) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+4}{3x+1}$.

5. Určete globální maximum a minimum funkce na daném intervalu:

- a) $f(x) = x^4 - x^3$, $D_f = [0, 1]$,
- b) $f(x) = x^2 - 2x$, $D_f = [-1, 3]$,
- c) $f(x) = x^3 - 2x^2$, $D_f = [0, 2]$,
- d) $f(x) = \sin\left(\frac{3}{2}x + 2\right)$, $D_f = [0, 2\pi]$,
- e) $f(x) = \cos\left(\frac{5}{2}x + 2\right)$, $D_f = [0, 2\pi]$,
- f) $f(x) = \sin\left(\frac{7}{3}x + 1\right)$, $D_f = [0, 2\pi]$,
- g) $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$, $D_f = [-1, 2]$,
- h) $f(x) = \sqrt{x} \ln x$, $D_f = (0, 1)$,
- i) $f(x) = e^x \sin x$, $D_f = [-2, 0]$.

6. Určete průběh okamžité rychlosti a zrychlení, má-li ujetá dráha na čase závislost

- a) $s(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2$, $t \in (0, t_0)$,
- b) $s(t) = c \sin t$, $t \in (0, t_0)$,
- c) $s(t) = c \cos t$, $t \in (0, t_0)$.