

Domácí úkol z CMZF1, CMZFR číslo 6

1. Vypočítejte s přesností na 4 desetinná místa

- a) $\sqrt[3]{8,0036}$,
- b) $\sqrt[4]{16,016}$,
- c) $\sqrt[3]{27,054}$,
- d) $\ln 1,003$,
- e) $\ln 1,005$,
- f) $\ln 1,007$.

2. a) Určete Taylorův rozvoj pátého řádu funkce $\operatorname{tg} x$ v 0.
b) Určete Taylorův rozvoj pátého řádu funkce $\frac{1}{1-x}$ v 0.
c) Určete Taylorův rozvoj třetího řádu funkce $\operatorname{arctg} x$ v 0.
d) Určete Taylorův rozvoj pátého řádu funkce e^{2x-x^2} v 0.
e) Určete Taylorův rozvoj čtvrtého řádu funkce $\frac{x}{e^x-1}$ v 0.
f) Určete Taylorův rozvoj pátého řádu funkce $\ln(\cos x)$ v 0.

3. Pomocí Taylorova rozvoje spočtěte limity

a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{x^3},$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right),$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^3},$$

d)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} - \operatorname{cotg} x \right),$$

e)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (\cos x)^{\sin x}}{x^3},$$

f)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[x - x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right].$$

4. (*dobrovolný*) Energie volné částice v teorii relativity je dána vztahem

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

kde klidová hmotnost m_0 a rychlost světla ve vakuu c jsou konstanty a v je rychlost částice. Ukažte, že pro malé rychlosti $v \ll c$ představuje veličina $T = E - m_0 c^2$ kinetickou energii newtonovské mechaniky, tj. je rovna $\frac{1}{2}mv^2$.