

Domácí úkol z MATZAFY2 číslo 5
výsledky jsou bez záruky

1. Vypočtete integrály

- a) $\int_{-27}^8 x \sqrt[3]{x} dx$,
- b) $\int_0^\pi x^2 \cos x dx$,
- c) $\int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$,
- d) $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$,
- e) $\int_0^1 x(3 - x^2)^{14} dx$.

2. Jakou práci je třeba vykonat, abychom těleso o hmotnosti m vyzvedli ze zemského povrchu do výše h ? Hmotnost Země je M , její poloměr R a gravitační síla mezi dvěma tělesy je $\frac{\kappa m M}{r^2}$, kde r je vzdálenost jejich středů. Určete limitu této práce pro $h \rightarrow \infty$.

Výsledek: $\frac{\kappa m M h}{R(R+h)}, \frac{\kappa m M}{R}$

3. Hustota tyče délky l závisí na vzdálenosti x od jejího levého konce podle vztahu $\rho = \rho_0 e^{-x}$. Najděte vzdálenost těžiště tyče od tohoto konce. Souřadnice těžiště je dána vzorcem

$$x_T = \frac{1}{M} \int_0^l x \rho(x) dx,$$

kde

$$M = \int_0^l \rho(x) dx.$$

Výsledek: $\frac{1 - e^{-l}(1+l)}{1 - e^{-l}}$

4. Určete souřadnice těžiště polokruhu, jehož poloměr je r . Počátek souřadnic je v jeho středu.

Výsledek: $x_T = 0, y_T = \frac{4r}{3\pi}$