

Domácí úkol z Doplnkové matematiky 2 číslo 2

1. Určete délku asteroidy parametrizované $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$, $t \in [0, 2\pi]$.

Výsledek: $6a$

2. Určete délku oblouku kardiody parametrizované polárními souřadnicemi $r = a(1 + \cos \varphi)$, $\varphi \in [0, 2\pi]$. Při výpočtu můžete použít vztahu $\sqrt{\frac{1 + \cos \varphi}{2}} = \cos \frac{\varphi}{2}$.

Výsledek: $8a$

3. Odvoďte vztah pro obsah elipsy o poloosách a a b dané rovnicí $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Při jednom ze způsobů výpočtu můžete použít vztah

$$\int \sqrt{1 - x^2} dx = \frac{1}{2}(x\sqrt{1 - x^2} + \arcsin x).$$

Výsledek: $ab\pi$

4. Odvoďte vztah pro objem a povrch kužele o poloměru podstavy R a výšce h .

Výsledek: $\frac{1}{3}\pi R^2 h$, $\pi R(R + \sqrt{R^2 + h^2})$