Domácí úkol z PSMF2 č. 3

1. Pomocí probraných kritérií zjistěte, zda konverguje řada:

a) (66) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[4]{n^5}}$,

b) (67) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1})$,

c) (70) $\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-1})$,

d) (72) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(\sqrt{n^3+n+1}-\sqrt{n^3-n-1})$,

e) (73) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sqrt[3]{n^2}}{1+\sqrt{n^3}}$,

f) (75) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sqrt[4]{n^2}}{1+\sqrt{n^4}}$,

g) (76) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\cdot 5\cdot 8 \ldots (3n-1)}{1\cdot 5\cdot 9 \ldots (4n-3)}$,

h) (78) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^3}$,

i) (80) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{10}}{10^n}$,

j) (82) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{(n+7)!}$,

k) (84) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}$,

l) (85) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2^n}$,

m) (87) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{(2n)!}$,

n) (89) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{n^2}}{(n!)^n}$,

o) (91) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$,

p) (93) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{100^n}{n!}$,

q) (94) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$,

r) (98) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{n+\frac{1}{n}}}{(n+\frac{1}{n})^n}$,

s) (100) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n-1)}$,

t) (102) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n+3^n}$,

u) (105) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^{1+\frac{x}{\ln n}}}$, $\quad x \in \mathbb{R}$,

v) (107) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1}$,

w) (109) $\sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{e}^{-\sqrt[3]{n}}$,

x) (112) $\sum_{n=1}^{\infty}(n^{\frac{1}{n^2+1}}-1)$,

y) (113) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{\sqrt{n}}}$,

z) (114) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^{\ln n}}{(\ln n)^n}$,

aa) (116) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n!}}{(2+\sqrt{1})\ldots(2+\sqrt{n})}$, ab) (119) $\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\frac{1}{n}} \frac{\sqrt{x}\,\mathrm{d}x}{1+x^2}$,

ac) (120) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\int_0^n \sqrt[4]{1+x^4}\,\mathrm{d}x}$,

ad) (121) $\sum_{n=1}^{\infty} \int_n^{n+1} \mathrm{e}^{-\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$.

2. Zjistěte, pro které hodnoty parametrů konverguje řada

a) (130) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}}{n^x}$,

b) (132) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^p n}$.

Výsledky většiny příkladů lze nalézt v Kopáčkovi: Příklady z matematiky pro fyziky II.