

Domácí úkol z PSMF1 číslo 1

Před vypracováním si přečtěte studijní text o Sternově-Gerlachově experimentu.

1. Uvažujte, že v experimentu na dolním obrázku bude uprostřed přístroj s nehomogenitou magnetického pole ve směru osy y (zbylé dva jsou ve směru osy z). Za prvním přístrojem zastavíme stínítkem elektrony se spinem dolů ve směru osy z , za druhým přístrojem zastavíme elektrony se spinem dolů ve směru osy y . Určete, jaký podíl elektronů z těch, které po průchodu prvním přístrojem měly spin nahoru, bude mít po průchodu třetím přístrojem spin dolů.

$$\text{Výsledek: } |\langle \uparrow z | \uparrow y \rangle \langle \uparrow y | \downarrow z \rangle|^2 = 1/4.$$

2. Uvažujte příklad 1 pouze s tím rozdílem, že za druhým přístrojem není stínítko. Jaká je pravděpodobnost v tomto případě?

$$\text{Výsledek: } |\langle \uparrow z | \downarrow y \rangle \langle \downarrow y | \downarrow z \rangle + \langle \uparrow z | \uparrow y \rangle \langle \uparrow y | \downarrow z \rangle|^2 = 0.$$

3. Vypočtěte matice $|\uparrow y\rangle \langle \uparrow y| + |\downarrow y\rangle \langle \downarrow y|$ a $|\uparrow z\rangle \langle \uparrow z| + |\downarrow z\rangle \langle \downarrow z|$.

Výsledek: V obou případech dostáváme jednotkovou matici.

4. Vypočtěte zbylé dva operátory spinu $\hat{s}_x = \frac{1}{2} |\uparrow x\rangle \langle \uparrow x| - \frac{1}{2} |\downarrow x\rangle \langle \downarrow x|$ a $\hat{s}_y = \frac{1}{2} |\uparrow y\rangle \langle \uparrow y| - \frac{1}{2} |\downarrow y\rangle \langle \downarrow y|$.

$$\text{Výsledek: Dostáváme násobky Pauliho matic } \hat{s}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \hat{s}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$$