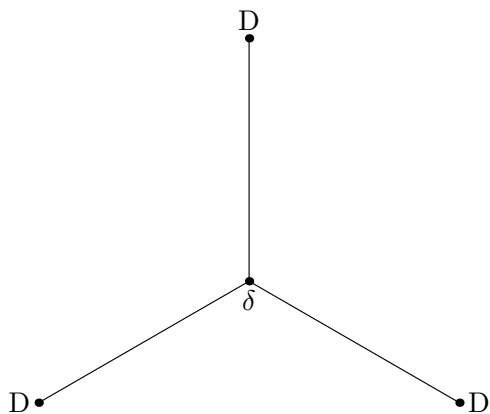




Obrázek 1: Úsečka s Neumannovou a Dirichletovou podmínkou.



Obrázek 2: Stromový graf s δ -podmínkou a Dirichletovou podmínkou.

Domácí úkol z PSMF1 číslo 2

Před vypracováním si přečtěte studijní text o spektru kvantových grafů.

1. Určete vlastní energie pro případ úsečky délky ℓ s Neumannovou podmínkou na jednom konci a Dirichletovou na druhém (viz obr. 1).

$$\text{Výsledek: } E_n = \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{\ell} \right]^2, n \in \mathbb{N}.$$

2. Určete podmínku na vlastní energie (energie nemusíte dopočítávat) pro případ stromového grafu se třemi hranami spojenými v jednom bodě, δ -podmínkou v tomto bodě a Dirichletovými podmínkami v ostatních vrcholech (viz obr. 2).

Výsledek:

$$\begin{aligned} & \sin k\ell_1 \sin k\ell_2 \cos k\ell_3 + \sin k\ell_1 \sin k\ell_3 \cos k\ell_2 + \\ & + \sin k\ell_2 \sin k\ell_3 \cos k\ell_1 + \alpha \sin k\ell_1 \sin k\ell_2 \sin k\ell_3 = 0. \end{aligned}$$