

Domácí úkol ze Semináře matematické fyziky (BSMF2) číslo 2

výsledky jsou bez záruky

Sekce A: Vypočtěte alespoň jeden příklad dle vlastního výběru z této sekce. Kdo chce dobrovolně vypočítat více příkladů, může.

14. Vypočtěte rotaci vektorového pole $\mathbf{a}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{v}}{r}$, kde \mathbf{v} je konstantní pole.
15. Vypočtěte rotaci vektorového pole $\mathbf{a}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{r}}{r^3}$.
16. Vypočtěte rotaci vektorového pole $\mathbf{a}(\mathbf{r}) = \mathbf{v} \times \mathbf{r}$, kde \mathbf{v} je konstantní pole.

Sekce B: Vypočtěte alespoň jeden příklad dle vlastního výběru z této sekce. Kdo chce dobrovolně vypočítat více příkladů, může.

17. Dokažte vztah $\text{rot}(\varphi\mathbf{a}) = \varphi \text{rot } \mathbf{a} - \mathbf{a} \times \text{grad } \varphi$.

Návod: Rozepište si výrazy na levé i pravé straně ve složkách.

18. Dokažte identitu $\text{div rot } \mathbf{a} = 0$.
19. Dokažte vztah $\text{div}(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{b} \cdot (\text{rot } \mathbf{a}) - \mathbf{a} \cdot (\text{rot } \mathbf{b})$.

Návod: Rozepište si výrazy na levé i pravé straně ve složkách.

Sekce C: Vypočtěte alespoň jeden příklad dle vlastního výběru z této sekce. Kdo chce dobrovolně vypočítat více příkladů, může.

20. Aplikujte Laplaceův operátor na skalární pole $\varphi = \frac{1}{r^n}$.
21. Aplikujte Laplaceův operátor na vektorové pole $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v}}{r}$, kde \mathbf{v} je konstantní pole.

Výsledky: 14. $\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{r^3}$, 15. $\mathbf{0}$, 16. $2\mathbf{v}$, 20. $\frac{n(n-1)}{r^{n+2}}$, 21. $\mathbf{0}$.