

Domácí úkol ze Semináře matematické fyziky (BSMF2)
číslo 3

výsledky jsou bez záruky

Dvojný a trojný integrál: Vypočtete alespoň dva příklady dle vlastního výběru. Kdo chce dobrovolně vypočítat více příkladů, může.

1. $\int_M xy \, dx dy$, kde M je dána jako $x \geq 0, y \geq 0, x + 2y = 4$.
2. $\int_M (x + y) \, dx dy$, kde M je dána jako $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y = 6$.
3. $\int_M (x^3 + y^2) \, dx dy$, kde M je dána jako $x \geq 0, y \geq 0, 3x + y = 6$.
4. $\int_M (x^2 + y) \, dx dy$, kde M je ohraničena křivkami $y = \frac{1}{2}x, y = 2x, xy = 2$ v polovině $x \geq 0$.
5. $\int_M (x + y)^2 \, dx dy$, kde M je ohraničena křivkami $y = x, y = x^2$.
6. $\int_M xy^2 \, dx dy$, kde M je ohraničena křivkami $y = x^2, y^2 = x$.
7. $\int_M \frac{1}{\sqrt{2a-x}} \, dx dy$, kde M je ohraničena kratším obloukem kružnice se středem $S[a, a]$ a poloměrem $r = a$ a osami souřadnic.
8. $\int_M e^{y^4} \, dx dy$, kde M je ohraničena křivkami $y = 1, x = 0, x = y^3$.
9. $\int_M (6x - y) \, dx dy$, kde M je ohraničena křivkami $y = 1, x = y^2, x = -\sqrt{y}$.
10. $\int_M \frac{1}{(x+y+z+1)^3} \, dx dy dz$, kde M je ohraničena rovinami $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1$.

Návod: Meze určíte např. pomocí průmětů tělesa do osy x , do roviny xy a pomocí roviny ohraničující těleso.

11. $\int_M x \, dx dy dz$, kde M je ohraničena rovinami $x = 0, y = 0, z = 0, x + 2y + z = 1$.

Návod: Meze určíte např. pomocí průmětů tělesa do osy x , do roviny xy a pomocí roviny ohraničující těleso.

12. $\int_M (2x + 2y + z + 3)^2 \, dx dy dz$, kde M je ohraničena rovinami $x = 0, y = 0, z = 0, 2x + 2y + z = 1$.

Návod: Meze určíte např. pomocí průmětů tělesa do osy x , do roviny xy a pomocí roviny ohraničující těleso.

- Výsledky: 1. $\frac{8}{3}$; 2. 5; 3. $\frac{204}{5}$; 4. $\frac{17}{6}$; 5. $\frac{71}{420}$; 6. $\frac{3}{56}$; 7. $a\sqrt{a} \left(2\sqrt{2} - \frac{8}{3}\right)$; 8. $\frac{1}{4}(e-1)$;
9. $-\frac{31}{20}$; 10. $\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{5}{16}$; 11. $\frac{1}{48}$; 12. $\frac{47}{80}$.