Domácí úkol ze Semináře matematické fyziky (BSMF2) číslo 4

výsledky jsou bez záruky

Substituce ve dvojném a trojném integrálu: Vypočtěte alespoň jeden příklad dle vlastního výběru z příkladů 1 až 3 a alespoň jeden z příkladů 4 až 12. Kdo chce dobrovolně vypočítat více příkladů, může.

1. Zvolte vhodnou transformaci souřadnic a určete plošný obsah části roviny omezené křivkami: $xy = 1$, $xy = 3$, $y = 2x$, $y = 4x$, $x, y > 0$.

2. Zvolte vhodnou transformaci souřadnic a určete plošný obsah části roviny omezené křivkami: $xy = 2$, $xy = 3$, $y = x^2$, $y = 5x^2$, $x, y > 0$.

3. Zvolte vhodnou transformaci souřadnic a určete plošný obsah části roviny omezené křivkami: $xy = 1$, $xy = 4$, $y = 3x^3$, $y = 4x^3$, $x, y > 0$.

4. Pomocí polárních souřadnic vypočtěte $\int_M xy \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, kde M je určena vztahy $4 \leq x^2 + y^2 \leq 16$, $x \leq 0$, $y \geq 0$.

5. Pomocí polárních souřadnic vypočtěte $\int_M \sin\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right) \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, kde M je určena vztahy $\pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2$.

6. Pomocí polárních souřadnic vypočtěte $\int_M \sqrt{x^2 + y^2} \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, kde M je určena vztahy $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$, $x \geq 0$, $y \leq 0$

7. Pomocí polárních souřadnic vypočtěte $\int_M \ln\left(1 + x^2 + y^2\right) \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, kde M je určena vztahy $x^2 + y^2 \leq 9$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

8. Pomocí polárních souřadnic vypočtěte $\int_M \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, kde M je určena vztahem $x^2 + y^2 \leq ax$.

9. Pomocí polárních souřadnic vypočtěte $\int_M x^2 y \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, kde M je určena vztahy $1 \leq x^2 + y^2 \leq 16$, $x \geq 0$, $y \leq 0$.

10. Pomocí sférických souřadnic vypočtěte $\int_M (x^2 + y^2) \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, kde M je určena vztahy $4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$.

11. Pomocí sférických souřadnic vypočtěte $\int_M z \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, kde M je osmina koule s poloměrem 1 v 1. oktantu.

12. Pomocí válcových souřadnic vypočtěte $\int_M (x^2 + y^2) \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, kde M je určena vztahy $x^2 + y^2 \leq 2z$, $z \leq 2$.

Výsledky: 1. $\ln 2$; 2. $\frac{1}{3} \ln 5$; 3. $\frac{3}{4} \ln \frac{4}{3}$; 4. -30; 5. $-6\pi^2$; 6. $\frac{7}{6}\pi$; 7. $\frac{\pi}{4}(10 \ln 10 - 9)$; 8. $\frac{a^3}{3}\left(\pi - \frac{4}{3}\right)$; 9. $-\frac{341}{5}$; 10. $\frac{8\pi}{15}(3^5 - 2^5)$; 11. $\frac{\pi}{16}$; 12. $\frac{16\pi}{3}$.