ZPRACOVÁNÍ DAT FYZIKÁLNÍCH MĚŘENÍ

sk. 11. rce(5)

Věta: Derivace podle parametru: $f(a,x): I \times J \to \mathbb{R}$, $I, J \subseteq \mathbb{R}$, I otevřený

Předpoklady: i) $f(a,\cdot)$ měřitelná v J $\quad f^{-1}(E) \in \Sigma$

ii) $f(\cdot,x)$ diferencovatelná v I

iii) $\exists\, g \in L(J): \quad \left|\frac{\partial f}{\partial a}(a,x)\right| \leq g(x)$

iv) $\exists\, a_0 \in I: \quad f(a_0,\cdot) \in L(J)$

Pak:
$$F'(a) = \int_J \frac{\partial}{\partial a} f(a,x)\,dx$$

Použití: $h^2 = a$, $f(a,\varepsilon) = e^{-a\varepsilon^2}$

i) plyne z toho, že funkce složená z měřitel. fcí je měřitelná

ii) zřejmé

iii) $e^{-(\sqrt{a}\varepsilon)^2}$ má konečný integrál

iv) expon. ubývá rychleji než roste polynom

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-a\varepsilon^2}\,d\varepsilon = \sqrt{\pi}\, a^{-1/2}$$

$$\frac{\partial}{\partial a}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-a\varepsilon^2}\,d\varepsilon = -\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon^2 e^{-a\varepsilon^2}\,d\varepsilon$$

$$\parallel$$

$$\frac{\partial}{\partial a}\left(\sqrt{\pi}\, a^{-1/2}\right) = -\frac{\sqrt{\pi}}{2a^{3/2}} = -\frac{\sqrt{\pi}}{2h^3}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{h}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon^2 e^{-h^2\varepsilon^2}\,d\varepsilon = \frac{h}{\sqrt{\pi}}\,\frac{\sqrt{\pi}}{2h^3} = \frac{1}{2h^2}$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma}$$

sk. 13 binomické rozdělení

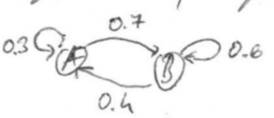
- jde o diskrétní rozdělení
- n nezáv. experimentů → výsledek každého: ano x ne

$$\Pr(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

- fazolový přístroj (bean machine): Galton Board, Pinball
- centrální limitní věta: nezáv. náhodné proměnné → jejich suma konverguje k norm. rozdělení ⇒ binom. rozd. lze aproximovat normálním pro velké n

MATEMATIKA 3: TEORIE SPOLEHLIVOSTI

= matemat. disciplína, zabývající se mírou selhání potřebků nebo systému
- součást mat. statistiky
- hlavně zkoumání bezpečnosti a spolehlivosti zařízení, jejichž selhání je vysoce nežádoucí! (jaderné havárie, výbuch plynu, zabezpeč. zařízení na přejezdu, ...)
- spolehlivost: pravděpod. úspěchu : spolehlivost = 1 - pravd. selhání
- pouze statistické zpracování; je velmi obtížné předpovědět v praxi momentální hodnotu
- historie: 1920's: statistická kontrola produktů v Bellových laboratořích (Walter Shewhart)
  moderní použití 1940's: armáda USA: produkt bude fungovat správně po určité období!
- cíle teorie spolehlivosti:
  - zabránit nebo redukovat možnosti selhání zařízení
  - identifikovat a opravit příčiny selhání, které se přesto objevují
  - určit, jak se selháním nakládat, pokud nejdou jejich příčiny opravit
  - aplikovat metody na odhad spolehlivosti nově navržených výrobků
- střední doba mezi poruchami (MTBF) mean time between failures
- střední doba do obnovení (MTTR) mean time to repair
- frekvence poruch: převrácená hodnota (MTBF)
- teorie Markovových procesů = náhodný proces, kde pravděpodobnost přechodu do násl. stavu závisí pouze na současném stavu
  - Markovův řetězec: stavy i vektor pravděpodobností, že proces v okamž. n je ve stavu i : $\vec{P}(n)$
matice přechodu $P(n) = (p_{ij}(n))$ $p_{ij} \geq 0$



$p(n+1) = p(n) \cdot P$

  - systém nemá paměť
  limitní vektor : $\vec{a} = \vec{a} P$: doba strávená v jednotl. stavech